<u>Lógica e Linguagem Natural</u>

Prof. Jorge Campos

Objetivo: aprofundar o exame das relações entre Lógica e Linguagem Natural
Aspecto central: Inferências: Dedutivas, Indutivas e Abdutivas
Pré requisitos:

Cálculo Proposicional:

Modus Tollens:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \sim q \\ \hline \sim p \end{array}$$

Cálculo de Predicados:

$(\forall x)\ (Fx \rightarrow Gx),\ Fa \vdash (\exists x)\ (Ga)$ (exemplo de dedução)

Inferência Inválida tipo *falácia:* (parece lógica mas não é)
$p \rightarrow q, \sim p \vdash \sim q$

Inferência Inválida *não falaciosa:*
$p \rightarrow q, \quad r \vdash q$

Inferência Indutiva: passa-se de um caso particular para o geral

- Usa-se probabilidade
- Aumenta o conhecimento, mas não é exata

Inferência Abdutiva: parte da conclusão e confirma a hipótese

- Isto é heurístico e não algorítmico

Se isto é uma rosa então é uma flor, é uma inferência lexical (lingüística)

I Sobre a Natureza da Lógica

Disciplina normativa.

A linguagem está no nível de objeto, a metalinguagem corresponde ao nível de análise, a metametalinguagem é o nível da metodologia e a metametametalinguagem é o nível da epistemologia.

- <u>Noção central: validade dos argumentos</u>

Validade dos argumentos determinadas pela forma lógica.
- Argumentos são válidos ou inválidos
- Proposições são V ou F
- Achar a validade de um argumento é investigar a natureza da inferência

Ex. $A \rightarrow B, A \vdash B$

$(\forall(Fx \rightarrow Gx), Fa \vdash Ga$

A forma lógica garante a validade.
Na LN não temos forma lógica para todos os argumentos.

Validade formal independe de noções como crença, plausibilidade, relevância, plausibilidade física, relações lexicais,...

Ex: a) Todos os políticos são honestos.
João é político.
———
João é honesto

b) Todos os que estão em Marte e na Terra ao mesmo tempo são normais
João está em Marte e na Terra ao mesmo tempo
———
João é normal

c) Chove e não chove ——— é válido
A lua é um planeta

d) João é casado ——— não é válido
João não é solteiro

e) FHC é brasileiro
Os brasileiros não são europeus ——— não é válido
FHC não é um político europeu

f) A AIDS não teve cura até agora ——— não é válido dedutivamente
Amanhã provavelmente ainda não terá

g) Comprei uma banana ——— não é válido
Comprei uma fruta

g) João comprou um carro porque João é professor
João comprou um carro
———
João é professor

"Porque" não é um *conetivo veritativo funcional*
Os conetivos veritativos funcionais são *e, ou, se..então, sse* e *não.*
Os conetivos veritativos funcionais , funcionam composicionalmente

Estrutura da Linguagem da Lógica

Vocabulário	Sintaxe	Semântica

$\wedge, \vee, \to, \leftrightarrow, \neg$ ‘m’, ‘n’,... ‘x’, ‘y’,... $\exists, \forall$	$A \wedge B$ $(A \wedge B) \to C$ $\begin{array}{c} A \to B \\ A \\ \hline B \end{array}$ $\begin{array}{c} A \vee B \\ \sim A \\ \hline B \end{array}$ $\begin{array}{c} A \wedge \sim A \\ \hline B \end{array}$	$A \to B$ V V V V F F F V V F V F

O uso de aspas simples caracteriza o nível da metalinguagem.

Problema do diálogo da tartaruga com Aquilles:

A Duas coisas iguais a uma terceira são iguais entre si.
B Os dois lados deste triângulo são iguais a um terceiro
C Se A e B são V segue-se Z
D Se A e B e C são V segue-se Z
.
.
.

Z Os dois lados deste triângulo são iguais entre si

<u>Problemas da Lógica da Linguagem Natural</u>

- Ambigüidade Lexical
- Irregularidade Sintática
- Expressões que se referem ao inexistente
  ‘Rei de POA não existe’
- Paradoxos da Implicação Material

$A \vdash \sim A \to B$

1	(1) A	s
1	(2) A v B	1 i v
3	(3) ~A	s.
1,3	(4) B	2,3 s d
1	(5) $\sim A \to B$	3,4 PC

Na LN os argumentos parecem pressupor relevância entre as partes. Depende do conteúdo lógico e não apenas da forma lógica.

Noção de validade lógica da Lógica é sintática e a noção da validade lógica da LN é semântica.

<u>Formalização: Problemas</u>

- Dedução (justificativa): não tem uma justificativa natural, tem que se apelar para o caráter normativo da Lógica. Na metalinguagem estipulamos regras para a linguagem da Lógica. Ex é o Problema da tartaruga.
- Dedução (tradução): problema dos contrafactuais

$$\left.\begin{array}{l} P \vdash Q \rightarrow P \\ \sim P \vdash P \rightarrow Q \end{array}\right\} \text{Paradoxo da Implicação Material}$$

Ex.: A PUCRS é uma universidade. Portanto,
Se Pelé é preto então a PUCRS é uma universidade.

Validade em LN parece pressupor uma relação semântica.

Ex.: A PUCRS é uma universidade. Portanto,
Se Pelé não é preto então a PUCRS é uma universidade

$$\left.\begin{array}{lll} 1) & P & \vdash Q \rightarrow P \\ 2) & P & \vdash \sim Q \rightarrow P \end{array}\right\} \text{Paradoxo da Implicação Material}$$

Prova da 1:				Prova da 2:			
1	(1)	P	s	1	(1)	P	s
1	(2)	P v ~Q	1 iv	1	(2)	P v Q	1 iv
3	(3)	Q	s.	3	(3)	~Q	s.
1,3	(4)	P	2,3 sd	1,3,	(4)	P	2,3 sd
1	(5)	$Q \rightarrow P$	3,4 PC	1	(5)	$\sim Q \rightarrow P$	3,4 PC

$P \vdash \sim P \rightarrow Q$

$\sim P \vdash P \rightarrow Q$

$P \vdash Q \rightarrow P$

$P \vee Q \leftrightarrow P \vee \sim Q$

Problema ontológico: qual a natureza do V ou F?

Todos os professores são idealistas.
João é professor

João é idealista
$(\forall x)\ (Px \rightarrow Ix)$
Pj

Ij

Ex.: Os seres humanos estão distribuídos no planeta Terra
João é um ser humano

João está distribuído na Terra

A propriedade *estar distribuído* produz restrições semânticas
Não existe a sentença ‘João está distribuído’
É anômala!

Ex.: Todo número é um número ou seu sucessor
Todo número ou seu sucessor é par

Todo número é par

$(\forall x)\ (Fx \rightarrow Fx \vee Gx)$
$(\forall x)\ (Fx \vee Gx \rightarrow Hx)$

$(\forall x)\ (Fx \rightarrow Hx)$

Premissas verdadeiras e conclusão falsa.
A forma lógica é V mas a conclusão é F

Ex.: Se os estudantes são bons em matemática, então acham a Lógica fácil.

Se não são bons em matemática, então acham a Lógica difícil.

Errado:

$$\frac{P \rightarrow Q}{\sim P \rightarrow \sim Q}$$

Não achar fácil, não equivale a achar difícil.

Coreto:

$$\frac{P \rightarrow Q}{\sim P \rightarrow R}$$

Agora parece não ter sentido.

A *antonímia* não corresponde a uma negação necessariamente.
R e ~Q

Não temos como explicitar isto em Lógica.

Ex.: Se João bebe água, então bebe muita água.
João não bebe muita água.

João não bebe água.

$P \rightarrow Q$
$\sim Q$

~P

O problema está no muita.
A forma lógica é válida, mas não tem sentido, do ponto de vista da LN

Obs.: Beber pouca água é uma implicatura griceana

Ex.: Se uma sentença afirmativa é verdadeira, então sua negação é falsa.
‘Alguns homens são pobres’ é verdadeira.
‘Alguns homens não são pobres' é a negação de ‘Alguns homens são pobres’.

‘Alguns homens não são pobres é falsa’

A	**E**
Todos X são Y	Nenhum X é Y
Alguns X são Y	Alguns X não são Y
I	**O**

Negação: ‘O Rei da França não é calvo.’

$\sim((\exists x) (Rx \wedge ((\forall y) (Ry \rightarrow y = x)) \wedge Cx))$

A negação cria problemas para as inferências em LN.

Ex.: João não se arrepende de ter sido reprovado.
Portanto, ele foi reprovado.

Inferência do tipo pressuposição. Em LN parece lógico.
É uma inferência conversacional.

Negação

Em Linguagem Natural:
- ‘não’
- ‘não é o caso que’
- ‘não é verdade que’

Em Lógica:

‘-‘, ‘~’, ‘¬’

❖ ‘é falso que’

Ex.: Kant é filósofo p/Fk

Kant não é filósofo -p/-Fk

$\vdash$ ~(p & ~p)

$\vdash$ p v ~p

Problemas

1 Alguns são filósofos p $(\exists x)\ (Fx)$

Alguns não são filósofos ~p $(\exists x)\ \sim(Fx)$

2 O Rei da França é calvo p $(\exists x)\ (\ (Rx \wedge ((\forall y)\ (Ry \wedge y = x)) \wedge\ Cx)$

O Rei da França não é calvo. ~p $(\exists x)\ (\ (Rx \wedge ((\forall y)\ (Ry \wedge y = x)) \wedge \sim Cx)$

ou

$\sim((\exists x)\ (\ (Rx \wedge ((\forall y)\ (Ry \wedge y = x)) \wedge\ Cx))$

Problema: a afirmação é falsa e a negação também!!! (não existe Rei da França)

3 João é feliz p Fj

João é infeliz ~p (?) ~Fj

ou (é a mesma coisa?)

João não é feliz

4 João é um cientista

João é um não-cientista

Substantivo adjetivado

5 João pensou que Maria gostasse dele

João não pensou que Maria gostasse dele

ou

João pensou que Maria não gostasse dele

6 Maria não comeu laranja

Maria comeu laranja

ou

Maria comeu banana

Depende da ênfase dada às palavras:
Maria NÃO COMEU laranja
Chupou laranja

7 Quando Maria chegar eu sairei.

Quando Maria não chegar eu sairei

Gramaticalmente é correto, mas parece uma anomalia.

8 João não sabe nada

João sabe algo

9 $p = \sim\sim p$
$\sim p = ?$

Na LN, afirmação e negação não são perfeitamente simétricas. Na Lógica, p e ~p são simétricas.

A negação não tem uma boa correspondência com a Lógica. Ela tem muitos aspectos pragmáticos.

Inferência trivial/lógica é diferente de inferência prática/ não-trivial.

Conetivo $\wedge$

Em Linguagem Natural:	Em Lógica:
'e ' 'mas' 'não só como também'	$\wedge$

Ex.: Platão é filósofo e Chomsky é lingüista

$$p \wedge q \vdash q \wedge p$$

$$\vdash (p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$$

1 Michel Jordan é ídolo da NBA e ganha muito dinheiro.

Problema: parece haver uma relação de causa. Na Lógica, a ordem não altera o valor da preposição, mas em LN, como no exemplo acima, altera!!!

2 João correu e caiu

Problema: caiu porque correu?

3 João lia o livro e escutava música

Problema: Implica simultaneidade, mas João escuta música e lê livro, parece que se perde a idéia de simultaneidade.

4 João pegou no sono e sonhou que era milionário.

Problema: parece existir uma condição necessária para sonhar: dormir

5 Maria deu a chave a João e ele abriu a porta

Problema: parece existir uma implicação temporal: ....e então....
Permite inferir que foi com a chave que ele abriu a porta.

6 João corria e cumprimentava as pessoas

Problema: transmite a idéia de simultaneidade e iteratividade

7 João abriu a porta e foi Maria quem lhe deu a chave

Problema: mesmo nesta ordem, parece que a segunda proposição precede a primeira.
Pode-se implicar que João não teria como abrir a porta sem a chave

Observação sobre **Abdução**:

Todos A são B
B
É plausível que A

A abdução é uma conjectura razoável/plausível
Na abdução não se deduz, nem se induz probabilisticamente.
A abdução é a base da descoberta

8 João e Maria são amigos

Problema: é possível inferir que são amigos e o conetivo não pode ser desdobrado.

9 Alguns jogadores são rápidos e fortes

Problema: pode-se inferir que são rápidos e que são fortes, mas perde a idéia de que são os mesmos jogadores são fortes e rápidos.

10 João lavou o apartamento imediatamente e completamente.

Problema: com os advérbios

A disjunção v

- Vocabulário
  V ‘ou’ , ‘ou ....ou...’

- Sintaxe

  Se A e B são variáveis proposicionais de uma fbf, então A v B ou B v A são fbf

- Semântica

A v B
V V V
V V F
F V V
F F F

Inferências:

A v B ⊢ B v A

A v B, ~A ⊢ B

⊢ A v ~A

Problemas de Formalização:

1 Professores ou colegas estudantes terão desconto.

Problemas: é possível inferir um v inclusivo ou exclusivo

2 João foi ao jogo ou ao cinema.

Problemas: depende do contexto. Pode-se inferir um ou inclusivo. Há uma possibilidade, mas não há uma necessidade. É uma inferência pragmática ou uma implicatura, pois pode ser cancelada.

3 João é feliz ou não é feliz.

Problemas: pode ser um ou inclusivo. Depende do tempo.

4 João está doente ou viajou.

Problemas: há uma incerteza. Torna a sentença irrelevante (mas não é o caso de uma informação irrelevante)

5 João está doente ou minha vó anda de bicicleta.

Problemas: é um absurdo supor ao contrário. Parece exigir uma conexão entre as proposições componentes. A conexão parece ser pressuposta.

6

João se elege ou desiste.

Problemas: parece ter uma relação de causa e efeito. Alterando a ordem parece haver uma mudança na proposição.

7 Ou vai ou racha.

Problemas: implica uma exclusividade, uma decisão. É uma expressão idiomática e, por isso, a soma dos significados das partes, é diferente do significado do todo. Implicação está pressuposta. [v + implicatura nos leva para a pragmática]

8 Todo número é par ou ímpar.

Problemas: o valor de verdade das partes (F) não determina o valor de verdade do todo (V), isto é, F v F pode ser V.

9 Alguns números são pares ou ímpares.

Problemas: noção de exclusividade ~(A v B). Implicatura de exclusividade. Não é um problema lingüístico, mas da realidade.

10 Ou as armas nucleares são abandonadas ou haverá uma terceira guerra mundial.

Problemas: noção de condição. A inversão das proposições muda o sentido.

11 O dólar ou o real são equivalentes para a operação de passagens.

Problemas: a noção de equivalência parece não levar ao ou. Se desdobramos os disjuntos, fica claro a perda do significado de equivalência.

12 A v B

A não crê que B
A não crê que A
A não crê que não A
A não crê que não B

‘A não tem certeza que B’ leva a uma implicatura, pois se tem certeza, não existe razão para usar o v.

‘João comprou uma rosa’ implica que João comprou uma flor.
Isto não é uma inferência prática, pois é uma inferência semântica (não depende do contexto, uma vez que no léxico de <u>rosa</u> está a propriedade de ser flor).

Implicatura é uma inferência possível. Pode ser cancelada.

Se as noções de *causa, efeito, tempo,...* não se distinguirem na frase, não é um problema lingüístico.

Léxico é idiossincrático, pois cada língua tem seu léxico, não tem nada de universal.

Token X *Type*

⇩ ⇩

ocorrência tipo de frase

Se.... então....

Léxico: ‘$\longrightarrow$ ‘

Sintaxe:

Se A e B são fbf, então $A \rightarrow B$ é uma fbf.

Regra de Derivação:

Modus Ponens:

$A \rightarrow B$
A

B

Prova Condicional:

A ~~s~~.
.
.
.
B

$A \rightarrow B$

$A \vdash B \rightarrow A$

$\sim A \vdash A \rightarrow B$

$A \rightarrow B , B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$

$A \rightarrow B \vdash \sim(A \wedge \sim B)$

$\sim(A \rightarrow B) \vdash A \wedge \sim B)$

Provas de Base:

$A \vdash B \rightarrow A$

1	(1)	A	s
1	(2)	$\sim B \vee A$	1 i v
3	(3)	B	s.
1,3	(4)	A	2,3 SD
1	(5)	$B \rightarrow A$	3,4 PC

$$\sim A \vdash A \to B$$

1	(1) $\sim A$	s
1	(2) $B \vee \sim A$	1 Iv
3	(3) A	s.
1,3	(4) B	2,3 SD
1	(5) $A \to B$	3,4 PC

$$A \to B,\ B \to C \vdash A \to C$$

1	(1) $A \to B$	s
2	(2) $B \to C$	s
3	(3) A	s.
1,3	(4) B	1,3 MP
1,2,3	(5) C	2,4 MP
1,2	(6) $A \to C$	3, 5 PC

Semântica:

A	$\to$	B
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F

Tese em debate:

‘ $\to$ ‘ é perfeita formalização para ‘Se ... então...’, ‘implica’, ‘condição suficiente para’,...

SIM — Grice (1967) / Clark (1971)

NÃO — Strowson (1967) / Cooper (1968) / Stolnater (1968)/ Lewis (1973) Harman (1975)

Análise do debate:

1 Se FHC é o presidente do Brasil, então a lua é satélite da terra.

Problemas: parece haver falta de conexão entre A e B, mas $A \rightarrow B$ não exige conexão

2 Se FHC não é presidente do Brasil, então a lua é satélite da terra.

Problemas: Sendo B verdadeira, não importa o antecedente

3 Se FHC não é presidente do Brasil, então a lua não é satélite da terra

Problemas: Sendo F o antecedente, não importa o conseqüente. Parece ser contra-intuitivo, tirar conclusões de premissas falsas.

4 Se corre muito, então pode acidentar-se.

Problemas: Sugere uma causa e conseqüência. Poderia implicar que acidentes ocorrem quando se corre. Há uma idéia de temporalidade.

5 Se é solteiro, então não é casado.

Problemas: Há uma equivalência / coerência semântica. Parece haver uma realidade meta-lingüística.

6 Se João é professor e os professores ganham mal, então João ganha mal.

Problemas: é uma implicação formal e não material. Ver implicaturas

7 Se morre, então estava doente.

Problemas: Parece haver inversão de causa e conseqüência

8 Se o chão está molhado, então chove.

Problemas:

9 Se Lee Oswald não matou Kennedy, então algum outro o fez.

Problemas: Parece ser razoável, porque pressupõe que Kennedy foi assassinado.
É um outro tipo de inferência: pressuposição

10 Se Lee Oswald não tivesse matado Kennedy, então algum outro o teria feito.

Problemas: Está no subjuntivo. Neste modo, não temos V ou F. São condicionais contra-factuais. A lógica clássica não pode modelar os contra-factuais[1]. Operadores modais não são veritativos funcionais. A idéia de verdade em 10 é menos forte que em 9. 10 e 9 têm pressuposições diferentes. 9 pressupõe que Kennedy foi assassinado e 10 pressupõe que foi Lee Oswald quem matou.

11 Não é o caso que, se o tratado de paz é assinado, então a guerra é evitada. Portanto, o tratado de paz é assinado.
Problemas: parece faltar argumentos.
Forma lógica: $\sim(p \rightarrow q) \vdash p$ *É um argumento válido.*

12 Se o gelo não flutua sobre a água, então o gelo flutua sobre a água implica que o gelo flutua sobre a água.
Problemas: parece haver redundância e contradição
Forma lógica: $\sim p \rightarrow p \vdash p$ *ou* $\vdash \sim p \rightarrow (p \rightarrow p)$

13 Se o Brasil ganha, então não ganha com diferença superior de 4 golos. Ganha com diferença superior de 4 golos. Portanto, não ganha.
Problemas: é um paradoxo. O não se aplica não apenas ao verbo, mas sobre "diferença superior" (adjunto adverbial de modo)
Forma lógica: $p \rightarrow \sim q, q \vdash \sim p$

14 Se João morre antes das eleições, então Pedro é eleito. Se Pedro é eleito, então João apresenta-se após as eleições. Portanto, se João morre antes da eleição, então ele se apresenta após a eleição.
Problemas: a transitividade é problemática para contra-factuais. Morrer antes de se aposentar parece acarretar uma condição temporal. Está no indicativo, mas é tudo subjuntivo. É uma especulação. A relação antecedente, conseqüente é uma linearidade lingüística.

Limitações do Cálculo Proposicional:

A	Se FHC é democrata , então não é autoritário	$p \rightarrow \sim q$
	FHC é autoritário	q
	FHC não é democrata	$\sim p$

Prova:

1	(1) $p \rightarrow \sim q$	s
2	(2) q	s
2	(3) $\sim\sim q$	2,DN
1,2	(4) $\sim p$	1,3 MT

[1] Contra-factual ....

Observação: A metalinguagem estabelece as regras. $p \rightarrow q, \sim q \vdash \sim p$ não é uma regra, mas uma ocorrência da regra do Modus Tollens $A \rightarrow B, \sim B \vdash \sim A$

B FHC é presidente do Brasil

Alguém é presidente do Brasil

Não pode ser modelado com os recursos do Cálculo Proposicional.
A forma lógica deste argumento é:

$P_{fhc} \vdash (\exists_x)(P_x)$

C Todo professor é idealista
FHC é professor

FHC é idealista

$$\frac{(\forall_x)(P_x \rightarrow I_x) \qquad P_{fhc}}{I_{fhc}}$$

Cálculo de Predicados

Léxico:

‘$\exists$’ Existe pelo menos um/ alguém/ algum

‘$\forall$’ Todo/qualquer que seja

Sintaxe:

$$\left.\begin{array}{l}(\exists_x)\ (F_x)\\ \\ (\forall_x)\ (F_x)\end{array}\right\}\ \text{são fbf}$$

Regras de Transformação:

Eliminação do Universal: $(\forall_x)\ (F_x) \vdash F_a$

Introdução do Universal: $F_a \vdash (\forall_x)\ (F_x)$ *restrições

Introdução do Existencial: $F_a \vdash (\exists_x)\ (F_x)$

Eliminação do Existencial: $(\exists_x)\ (F_x) \vdash F_a$ * restrições

Semâ

$(\exists_x)$ (F

$(\forall_x)$ (

Nível de Tradução – Simbolização

1 Chomsky é um Lingüista:

Lc

2 Lula gosta de Brizola

Glb

3 Se Ciro Gomes é candidato, então é adversário de FHC.

$C_{cg} \rightarrow A_{cg\ fhc}$

4 FHC ama a si próprio.

$A_{fhc\ fhc}$

5 Alguém odeia a Xuxa.

$(\exists_x)\ (O_{xX})$

6 Alguém odeia a si próprio.

$(\exists_x)\ (O_{xx})$

7 Existe algo que tanto Collor como FHC apreciam.

$(\exists_x)\ (A_{cx} \wedge A_{fhcx})$

8 Alguém ama alguém.

$(\exists_x)\ (\exists_y)\ (A_{xy})$

Tem inferência diferente da 6.

9 Alguém ama todo mundo.

$(\exists_x)\ (\forall_y)\ (A_{xy})$

10 Todo mundo ama alguém.

$(\forall_x)\ (\exists_y)\ (A_{xy})$

11 Alguém é amado por todo mundo.

$(\exists_x)\ (\forall_y)\ (A_{yx})$

É igual a de número 10. É uma implicatura em obediência a ordem.

12 Se FHC ama FHC, então FHC ama alguém.

$A_{fhc\ fhc} \rightarrow (\exists_x)\ (A_{fhc\ x})$

13 Todo mundo tem um pai.

$(\forall_x)\ (\exists_y)\ (P_{yx})$

14 Todo mundo é pai de alguém.

$(\forall_x)\ (\exists_y)\ (P_{xy})$

15 Alguém é pai de todos.

$(\exists_x)\ (\forall_y)\ (P_{xy})$

16 Todos os adolescentes gostam de uma certa mulher.

$(\forall_x)\ A_x \rightarrow (\exists_y)\ (G_{\ xy})$

ou

$(\exists_x)\ M_x \wedge (\forall_y)\ (\ A_y \rightarrow G_{yx})$

17 Todos os cães, exceto o pitbull são mansos.

$(\forall_x)\ ((\ C_x \wedge x{\neq}pb\ ){\rightarrow}\ M_x)$?????

Problemas:

1. Variadas expressões para os quantificadores:

Cachorro late	Alguns cachorros atacam
Cachorros latem	Algum cahorro ataca
Os cachorros latem	Pelo menos um cachorro ataca
O cachorro late	Certos cachorros atacam
Todos os cachorros latem	Vários cachorros atacam *
Todo cachorro late	Muitos cachorros atacam *
Um cachorro late *	Poucos cachorros atacam *
Qualquer cachorro late	A maioria dos cachorros atacam *
$(\forall x)\ (\ Cx \rightarrow Lx)$	$(\exists x)\ (\ Cx$ e $Ax)$

É adequada esta formalização para todas as expressões?
Todas as sentenças permitem a mesma inferência?
* permitem outras inferências
2. Diferença entre quantificadores com conetivos distintos:

$\rightarrow$ e $\wedge$

Parece levar a uma diferença lógica que não tem em LN.

$$(\forall x)\ (Cx \wedge Lx) \neq (\forall x)\ (\ Cx \rightarrow Lx)$$

é verdadeiro mesmo sem ser cachorro

Qualquer animal é cachorro e late

"Só os cachorros latem " não pode ser formalizado com $(\forall x)\ (Cx \rightarrow Lx)$

$(\exists x)\ (Cx \wedge Lx) \neq (\exists x)\ (Cx \rightarrow Lx)$

Ex1: Toda top model é atraente.

$(\forall x)\ (TMx \rightarrow Ax)$

Ex2: Alguma top model é atraente.

$(\exists x)\ (TMx \wedge Ax)$

Problemas com as Regras de Boa Formação:

'Muitos americanos gostam da NBA'

Poderia ser pensado usar a seguinte forma lógica:

$(\exists M)$ (M é grande) $\wedge$ $(\forall x)$ ($x \in M$) (x é americano) $\wedge$ $(\forall x)$ ($x \in M \rightarrow Gxnba$)

Esta forma só teria sentido se existisse uma regra para fazer inferência a partir dela.

'A maioria dos americanos gosta da NBA'

Poderia ser pensado usar:

$(\exists M)$ (M é mais do que 50%) $\wedge$ $(\forall x)$ ($x \in M$) (x é americano) $\wedge$ $(\forall x)$ ($x \in M \rightarrow Gxnba$)

Não tem sentido para cada forma criar uma regra.

Derivação/Propriedades:

1

Todos os políticos são oportunistas.	$(\forall x)\ (Px \rightarrow Ox)$
FHC é político	Pf
FHC é oportunista	Of

Prova:

1	(1) $(\forall x)\ (Px \rightarrow Ox)$	s
2	(2) Pf	s
1	(3) $Pf \rightarrow Of$	1 E U (eliminação do unoversal)
1,2	(4) Of	2,3 MP

2

Collor não é desonesto.	$\sim Dc$
Não é verdade que todos sejam desonestos.	$\sim(\forall \times)\ (Dx)$

Prova:

1	(1) $\sim Dc$	s
2	(2) $(\forall \times)\ (D\times)$	s.
2	(3) Dc	2 EU
1,2	(4) $Dc \wedge \sim Dc$	1,3 i $\wedge$
1	(5) $\sim(\forall \times)\ (D\times)$	2,4 RAA

3

Todos os políticos são oportunistas	$(\forall \times)\ (P\times \rightarrow O\times)$
Todos os oportunistas são suspeitos	$(\forall \times)\ (O\times \rightarrow S\times)$
Todos os políticos são suspeitos	$(\forall \times)\ (P\times \rightarrow S\times)$

Prova:

1	(1) $(\forall \times)\ (P\times \rightarrow O\times)$	s
2	(2) $(\forall \times)\ (O\times \rightarrow S\times)$	s
1	(3) $Pa \rightarrow Oa$	1 EU
2	(4) $Oa \rightarrow Sa$	2 EU
1,2	(5) $Pa \rightarrow Sa$	3,4 Transitividade
1,2	(6) $(\forall \times)\ (P\times \rightarrow S\times)$	5 IU (introdução do universal)

4

Não existem imortais.	$\sim(\exists \times)\ (I\times)$
Todos são não imortais	$(\forall \times)\ (-I\times)$

Prova:

1	(1) $\sim(\exists \times)\ (I\times)$	s
2	(2) Ia	s.
2	(3) $(\exists \times)\ (I\times)$	2 I E
1,2	(4) $\sim(\exists \times)\ (I\times) \wedge (\exists \times)\ (I\times)$	1,3 I$\wedge$
1	(5) $\sim Ia$	2,4 RAA
1	(6) $(\forall \times)\ (-I\times)$	5 IU (introdução do universal)

5

Todos têm um pai.	$(\forall \times)\ (\exists y)\ (Py\times)$
Alguém é pai de si mesmo	$(\exists \times)\ (P\times\times)$

Prova:

1	(1) $(\forall\times)\ (\exists y)\ (Py\times)$	s
1	(2) $(\exists y)\ (Py\times)$	1 EU
3	(3) Paa	s.
3	(4) $(\exists\times)\ (P\times\times)$	3 I∃
1	(5) $(\exists\times)\ (P\times\times)$	2,3,4 I∃

Esta prova não esta correta. Houve um erro na introdução da premissa 3. Ela não pode ser eliminada.
Coclusão: ARGUMENTO INVÁLIDO

Limitações:

1) Todos são falíveis $\Rightarrow$ Alguém é falível.

Parece razoável em Linguagem Natural, mas não é possivel deduzir a partir das regras da lógica. O que se quer, do ponto de vista da forma lógica, é passar de $(\forall\times)(F\times)$ para $(\exists\times)(F\times)$, porém o universal não tem compromisso com a existência.

2) Alguns políticos são honestos $\Rightarrow$ Alguns políticos não são honestos.

Não tem como demonstrar pela lógica este argumento. Alguns não supõe o todo.
A conclusão que parece ser razoável em linguagem natural é uma implicatura.

3) A maioria das pessoas tem emprego.$\Rightarrow$ Poucas pessoas não tem emprego.

Não é um argumento válido, apesar de parecer razoável em linguagem natural.

4) Alguns estudantes são preguiçosos $\Rightarrow$ Nem todos os estudantes são preguiçosos.

A conclusão não se segue da suposição. Idem 2.

5) Uma minoria de estudantes foi reprovada $\Rightarrow$ Quase todos foram aprovados

Não é um argumento válido.

Propriedades Formais Expressas com Quantificadores

A) **Reflexiva:**

Reflexiva: $(\forall\times)\ (R(\times,\times))$ Ex.: idêntico a
Irreflexiva: $(\forall\times)\ \sim(R(\times,\times))$ Ex.: pai de
Não-reflexiva: $\sim(\forall\times)\ (R(\times,\times)$ Ex.: estar satisfeito com

Não necessariamente reflexivo

B) **Simétrica:**

Simétrica: $(\forall\times)(\forall y)(R(\times,y)\rightarrow R(y,\times))$ Ex.: tem encontrado
Assimétrica: $(\forall\times)(\forall y)\sim(R(\times,y)\rightarrow R(y,x))$ Ex.: ganhou de
Não-simétrica: $\sim((\forall\times)(\forall y)(R(x,y)\rightarrow R(y,x))$ Ex.: irmão de

C) **Transitiva:**

Transitiva: $(\forall x)(\forall y)(\forall z)(R(x,y) \wedge R(y,z)\rightarrow R(x,z))$ Ex.: ser maior
Intransitiva: $(\forall x)(\forall y)(\forall z)\sim(R(x,y) \wedge R(y,z)\rightarrow R(x,z))$ Ex.: pai de
Não-transitiva: $\sim((\forall x)(\forall y)(\forall z)(R(x,y) \wedge R(y,z)\rightarrow R(x,z)))$ Ex.: gostar de

D) **Conversa:**

Ex. pai de e filho de $\left\{ \right.$ $(\forall x)(\forall y)(R(x,y) \leftrightarrow S\ (x,z))$

Importes Ontológicos:

1 Todos os filhos de João estão dormindo.

2 Todos os corpos sob a ação de nenhuma força continuam em estado uniforme de repouso ou movimento.

3 Todos os corpos sob a ação de nenhuma força sofrem mudanças de velocidade.

1 é verdadeiro independente de João ter filhos ou não ????
2 e 3 são necessariamente verdadeiras sob o ponto de vista da forma lógica, mas são contraditórias

Observações:

Semântica fechada da linguagem natural, significa que há uma circularidade na explicação do significado.

A lógica da LN está a serviço da inferência (aumentar a informação) e não provar argumentos.

Ainda que a inferência não seja válida, ela deve ser relevante.

Verdade

Linguagem   Fatos

Em uma teoria, Fatos não são fatos reais, mas fatos construídos. Linguagem é uma linguagem construída e V é uma relação L e F (noção de correspondência)

Teoria da Verdade é uma teoria da noção de verdade.

2+2=4 é V, mas é a matemática que decide, a lógica não decide nada.

Semântica é uma teoria das condições de verdade.

A ciência tem um compromisso com a generalidade, e a generalidade é expressa pelo universal.

Alguns problemas semânticos:

- Condições de verdade
- Questões ontológicas

Exercícios

a) *ganhar mais dinheiro* tem as propriedades irreflexiva, assimétrica e transitiva
b) *estar apaixonado por* tem as propriedades não-reflexiva, não-simétrica e não-transitiva.

Adjetivos:

a) João é um homem pequeno.

Pode-se usara a notação: Pj

b) João é pequeno negociante.

Pode-se usar a mesma notação. Pj

Problema: a e b não permitem as mesmas inferências. De a podemos concluir que João é pequeno, por exemplo, mas de b isto não é possível.

Uma alternativa a ser experimentada é: $Hj \wedge Pj \Rightarrow Pj$ *para o caso a. Mas, para o caso b, continuamos com o mesmo problema, isto é,* $Nj \wedge Pj$ *não é válido para representar João é um pequeno negociante; as inferências não são as mesmas.*

Há uma diferença semântica entre os casos a e b. Não há isomorfia entre sintaxe e a semântica. Do ponto de vista semântico, 'pequeno negociante' forma um todo.

Não é um problema de simbolização.

c) João é pequeno
João é negociante

João é um pequeno negociante.

A conclusão não é válida.

d) João é um alegado criminoso

Não é permitido inferir que João seja criminoso ou alegado.

'João está sob suspeita de crime' é uma inferência lexical.

e) João é um homem grande.

É possível concluir que João é homem, mas não é possível inferir que João é grande.

Processo inferencial é difícil nestes casos!!!

Advérbios

a) João caminhava rapidamente.
b) João caminhava.

É possível inferir b de a. Pode-se simbolizar por Cj, mas em LN isto não é trivial.
Proposta de Davidson:
$(\exists\times)(Fjx \wedge Rx) \Rightarrow (\exists x)\ (Fjx)$

O advérbio seria o adjetivo de eventos.

c) Infelizmente, João caminhava rapidamente

Infelizmente é um advérbio de <u>dicto</u> (aplica-se a toda a frase). A solução de Davidson não se aplica.
Não é possivel representar em Forma Lógica o "infelizmente"
João não deveria caminhar rapidamente, é uma implicatura e não uma implicação.

d) João nadou na piscina rapidamente
e) João atravessou a piscina rapidamente.

O advérbio, mesmo modificando o evento, interfere em diferentes aspectos do evento.

Nomes

Existem vários tipos de nomes em LN. Isto representa uma dificuldade para a Lógica.

<u>Próprios:</u>
João aprecia Londres: Ajl

<u>Descrição:</u>
A lua é fria.
Simbolizando como Fl, estamos indicando a lua que é satélite da terra.
$(\exists\times)(Fx \wedge Lx)$, não indica apenas o satélite da terra.

O autor de Mein Kampf é maníaco
Hitler escreveu Mein Kampf
___

Hitler é maníaco

$(\exists x)\ (\ Fx \wedge (\forall y)\ (\ Fy \rightarrow x=y) \wedge Gx))$
Fm

Gl

Duas expressões com os mesmos significados e com duas formas lógicas diferente.

<u>Nomes comuns/Espécies Naturais</u>

Há água aqui.

O que é água? Aqui é um dêitico. Dêiticos e espécies naturais são sempre um problema para a Lógica.

‘A água está aqui’ e ‘João está aqui’ têm a mesma estrutura gramatical, mas diferentes significados.

<u>Nomes de Ficção + Verbo Existir</u>

Vulcano não existe.
Como representar Vulcano se ele não existe.

Identidade

$\alpha=\alpha$
$(\forall \times)(F\times\times)$
$(\forall \times)(\forall y)\ (x=y \wedge Fx \rightarrow Fy)$
$(\forall \times)(\forall y)\ (x=y \wedge \Box(\ x=y))$

Expressões de Quantidade

a) Há no máximo um Pelé
b) Somente Pedro ou João conhecem Kant
c) Há um homem na sala

Expressões com Operadores Modais : Necessidade e Possibilidade

São categorias gramaticais tipo advérbio de modo.
Existem operadores modais ligados a proposições e a quantificadores
Ex.: $\Box\ (\forall x)\ (Fx)$
Não são operadores veritativos-funcionais.

Exemplos:

Necessariamente tudo é físico.
Possivelmente o inverno será frio.
Você deve fazer uma previsão orçamentária
Se você colocar as mãos no fogo os dedos devem queimar.
Se você ligar a luz ela deve acender.
Você deve ser honesto
É necessário que uma pessoa tenha princípios

I -Léxico

Lógica	Linguagem Natural
$\Box$	Necessariamente
	É necessário que P
	É certo que P
	É garantido que P
	É obvio que P
	É necessário que todo P seja Q
$\Diamond$	Possivelmente
	É possível que P
	Talvez que P
	Quem sabe que P
	É razoável supor que P
	É possível que todo P seja Q

II – Sintaxe

Regra de Formação: Se A é uma fbf, então $\Box$ A e $\Diamond$ A são fbf.
Se $(\forall\times)\ (P\times\rightarrow\ Q\times)$ é uma fbf, então $\Box(\forall\times)\ (P\times\rightarrow\ Q\times)$ é uma fbf
Se $(\forall\times)\ (P\times)$ é uma fbf, então $\Diamond\ (\forall\times)\ (P\times)$ é uma fbf
Se P é uma fbf, então $\Box\Diamond$ P é uma fbf

Regras de Derivação:

$\Box\ A,\ \Box\ (A \rightarrow B) \Rightarrow \Box\ B$

R. de Eliminação do $\Box$

$$\frac{\Box P}{P}$$

R. de Introdução do $\Diamond$

$$\frac{P}{\Diamond\ P}$$

R. de Introdução do $\Box$

P
$\Box$P

R de Eliminação do $\Diamond$

$\Diamond$ P
$\Box$P

Q Q

□ Q Q

III – Semântica

Considerando um conjunto M de mundos possíveis, qualquer m ∈ M e qualquer interpretação I

□ A é V em um mundo M, sob a interpretação I, sse para qualquer m’ ∈ M, A é V em m’ sob I.

◊ A é V em um mundo M sob a interpretação I, sse em pelo menos um m’∈ M, A é V em m’ sob a interpretação I.

Observação: M é um conjunto de mundos possíveis, mas plausíveis. Não são construções ad hoc

Segundo Lewis, um dos mundos possíveis é o mundo real.
Segundo Kripke estes mundos são contra factuais. O mundo real não é um destes mundos. Os mundos possíveis são estipulados.

<u>Modalidade de re e de dicto:</u>

de re: Sócrates é necessariamente humano □ Hs
modalidade sobre um indivíduo/coisa
Sócrates é necessariamente humano significa que se supusermos que exista algo que é sócrates e que ele é humano, então ele é humano em todos os mundos. Não há propriedades essenciais.

de dicto: Necessariamente, todos os homens são mortais □ P
modalidade sobre a proposição

Kripke: “Existem verdades necessárias de re” (essencialismo)
Quine: argumentos contra o essencialismo/modalidade de re.

Exemplos:

9 é necessariamente maior que 7	V
9 = número de planetas	V
O número de planetas é necessariamente maior que sete	F

Se o argumento é inválido, não existe modalidade de re, segundo Quine

Todos os solteiros são necessariamente não casados, mas não necessariamente oficiais do exército.
Todos os coronéis são necessariamente oficiais do exército, mas não necessariamente solteiros.

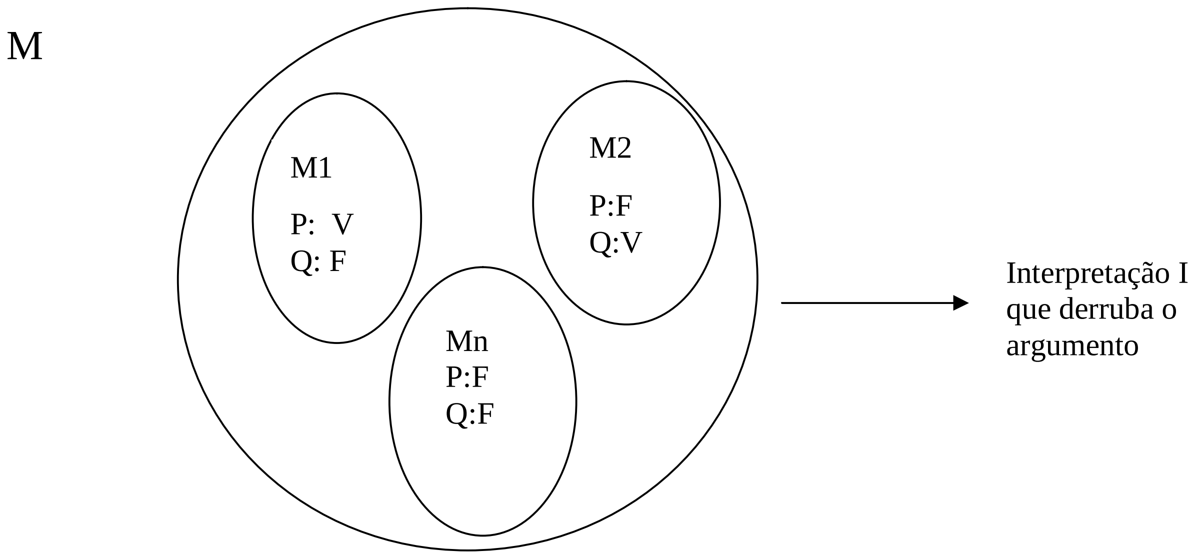
Suponha João da Silva solteiro e coronel

Existe uma contradição.
Para Quine não existem propriedades essenciais.

Possivelmente ninguém virá; possivelmente todos virão.
Portanto, é possível que todos venham e ninguém venha.

$\Diamond P, \Diamond Q \Rightarrow \Diamond (P \wedge Q)$

Para mostrar a invalidade do argumento, precisamos de premissas V e conclusão F



Em M1 temos V, pois existe pelo menos um P que é V
Em M2 temos V, pois existe pelo menos um Q que é V
Em Mn temos F, pois não existe P e Q V
Logo, o argumento não é válido.

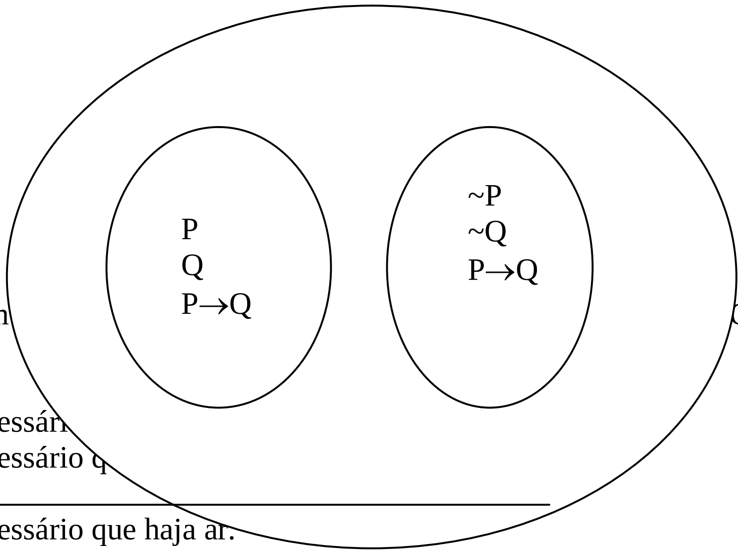
João é um ser humano
É necessário que se João é um ser humano, então João morre

É necessário que João morra

P, $\Box$ (P $\rightarrow$ Q) $\Rightarrow$ $\Box$ Q

Mostrar a invalidade do argumento mostrando que $\Box$Q é F a partir de premissas V:

M



Se fosse P em ... Q)

É necessári...
É necessário q...

É necessário que haja ar.

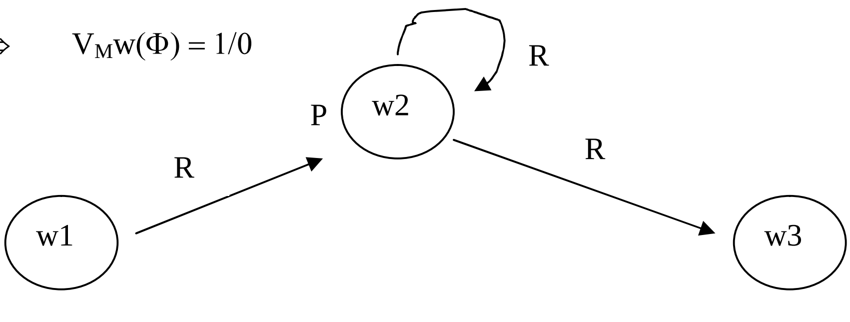
$\Box$ P, $\Box$(P$\rightarrow$Q)$\Rightarrow$ $\Box$ Q

É um argumento válido, pois $\Box$ Q está em todos os mundos

Modelo (M) de Interpretação / Modalidades

1) Um conjunto W de mundos possíveis;
2) Uma relação binária R de acessibilidade, e
3) Uma função V que atribui valor-de-verdade (1 ou 0) a qualquer variável proposicional em cada mundo, isto é,

$w \in W \quad \Rightarrow \quad V_M w(\Phi) = 1/0$



P ~P

O modelo de Interpretação dado acima pode ser formalizado por:

$W = \{w1,w2\}$

R = {<w1,w2>, <w2,w2>,<w2,w3>}

Simbolização:

1) É necessário que Sócrates seja mortal.

$\Box P$

Observação: a semântica ilustra a condição de verdade da frase. Não estuda enunciados particulares, mas o que é necessário para inferir. A propriedade do V ou F é relevante para a inferência.

Avaliação da necessidade de P:

Em w1: Vmw1 ($\Box$ P) = 1 porque neste mundo w1Rw2 e em w2 P é verdadeiro

Em w2: Vmw2 ($\Box$ P) = 0 porque neste mundo, temos w2 R w2 e w2 R w3, sendo que P ocorre em w2, mas não ocorre em w3 (isto é, não ocorre em todos os mundos possíveis)

Em w3: Vmw3 ($\Box$ P) = 1 ?????

2) É possível que Sócrates seja mortal.

$\Diamond P$

Avaliação da possibilidade de P:

Em w1: Vmw1($\Diamond$ P) = 1 porque em pelo menos um mundo (w2) ocorre P

Em w2: Vmw2($\Diamond$ P) = 1 porque em w2 ocorre P

Em w3: Vmw3($\Diamond$ P) = 0 pois não existe R

3) É contingente que Socrates seja mortal.

$\Diamond P \wedge \Diamond \sim P$

4) Ser filósofo e ser matemático é compatível

$\Diamond (P \wedge Q)$

5) Ser homem e ser imortal é incompatível.

$\sim\Diamond (P \wedge Q)$

6) P e Q são contraditórios

$\sim\Diamond (P \wedge Q) \wedge \sim \Diamond (\sim P \wedge \sim Q)$

7) Não é possível que P

$\sim \Diamond P$ ou $\Box \sim P$

8) É necessário que P

$\Box P$ ou $\sim \Diamond \sim P$

9) É possível que você não me entenda, mas não é necessário.

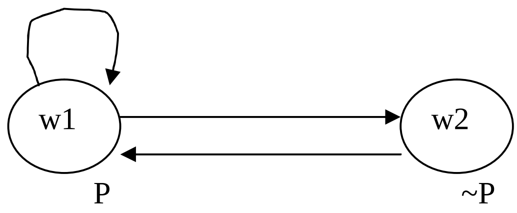
$\Diamond \sim P \;\wedge \sim \Box \sim P$

10) É possível que, se pode chover (está/esteja) chovendo.

$\Diamond (\Diamond P \rightarrow P)$ está chovendo

$\Diamond (\Diamond P \rightarrow \Diamond P)$ esteja chovendo

Inferências



a) Se necessariamente o homem é mortal, então é necessário que isso seja assim.

$\Box P \rightarrow \Box\Box P$

Em w1: $Vmw1(\Box P \rightarrow \Box\Box P) = 1$ pois $Vmw1(\Box P) = 0$

Em w2: $Vmw2(\Box P) = 1$ e $Vmw2(\Box\Box P) = 0 \Rightarrow Vmw2(\Box P \rightarrow \Box\Box P) = 0$

b) É possível que o Brasil vença.
___
É possível que o Brasil não vença.

$\Box P \Rightarrow \Box \sim P$

Relações válidas:

$\Box P \equiv \sim\Diamond\sim P$

$\Diamond P \equiv \sim\Box\sim P$

$\sim\Box P \equiv \Diamond\sim P$